JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS

Q1. (2,5) A *taxa de crescimento específico* de um fermento representada por k, é dada pela equação empírica:

$$k = k_{\max} \frac{f}{K + f},$$

onde f é a *concentração da fonte* de carbono a ser fermentada, K a *constante de meia saturação* e $k_{\max}$ a *taxa máxima de crescimento atingível*.
a) (0.5 p.) Comprove que $1/k$ depende linearmente de $1/f$.
b) (2.0 p.) A partir dos dados da seguinte tabela, determine as constantes K e $k_{\max}$ usando regressão linear [ou seja o método dos quadrados mínimos junto com a relação linear obtida em *a)*].

k (dia^{-1})	7	9	15	25	40
f (mg/L)	0.29	0.37	0.48	0.65	0.80

Q2. (2,5) Escreva um código (ou pseudo-código) para Scilab que avalie no ponto $x = x_0$ o polinômio interpolador correspondente aos dados $(x[i],\, y[i])$, $i = 1, \ldots, n$. Use a forma de Lagrange do polinômio interpolador.

Q3. (2,5) Seja

$$I = \int_1^2 \sqrt{x}\, dx.$$

a) (1.0 p.) Calcule uma aproximação para I usando a regra de Simpsom repetida com 4 subdivisões.
b) (1.5 p.) Determine o número de divisões necessário para aproximar I pela regra dos trapézios repetida com erro inferior a 10^{-4}.

Q4. (3,0) Considere o Método de Euler Aperfeiçoado aplicado ao PVI: $y' = y$, $y(0) = 1$.
a) (1.0 p.) Mostre que o mesmo fornece as aproximações

$$y(nh) \approx y_n = (1 + h + h^2/2)^n, \quad \text{para qualquer } n \geq 0.$$

b) (1.0 p.) Dê uma aproximação para $y(1)$, usando $h = 0.25$.
c) (0.5 p.) O que você faria para obter uma melhor aproximação? Explique.