Primeira Prova de Cálculo Numérico (Ciência da Computação) – 02/05/2012

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS

Q1. (2,0) Considere uma *máquina* que usa a representação normalizada de ponto flutuante na base $\beta = 10$, com precisão de três dígitos na mantissa ($p = 3$) e expoente no intervalo $[-6; 6]$.
a) (0,5) Dados os números $\mathbf{a} = \mathbf{5.361237}$, $\mathbf{b} = \mathbf{0.006338}$ e $\mathbf{c} = \mathbf{0.0076232}$. Indique suas representações de ponto flutuante nessa máquina, usando arredondamento.
b) (1,0) Usando a aritmética de ponto flutuante, correspondente a essa máquina, determine: $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$, e $\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$.
c) (0,5) O que podemos concluir sobre a associatividade da adição na aritmética de ponto flutuante? Explique.

Q2. (2,5) Um engenheiro usou as funções $f_1(x) = \cos(x) + 1$ e $f_2(x) = \sin(x)$, para aproximar o número π com 16 dígitos pelo método de Newton-Raphson usando $x_0 = 3$, e obteve as seguintes aproximações: $p_1 = 3.141592653589793$ (correta) e $p_2 = 3.141592651094780$ (errada!).
a) (0,5) Qual dessas funções deu o resultado correto? Justifique.
b) (1,5) Aproxime π fazendo três iterações pelo método da secante com $x_0 = 3$ e $x_1 = 3.2$.
c) (0,5) Estime o erro absoluto da sua aproximação, considerando $\pi \approx p_1$.

Q3. (2,5) Um estudante desenvolveu o seguinte código em Scilab para a etapa de **eliminação** (sem pivoteamento) na resolução de um sistema linear pelo método de eliminação de Gauss.

```
for k = 1:n
    for i = k+1:n
       m = a(i,k)/a(k,k);
       for j = k+1:n
         a(i,j) = a(i,j)-m*a(j,k);
         b(i) = b(i) - m*b(j);
       end
    end
end
```

a) (0,5) Explique qual parte do código está errada. Faça as correções necessárias.
b) (2,0) Adicione um código ou pseudo-código que implemente o **pivoteamento parcial**.

Q4. (3,0) Considere o sistema linear

$$\begin{cases} ax_1 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = \frac{1}{6} \\ ax_1 - 2x_2 + \frac{5}{2}x_3 = -\frac{5}{4} \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

a) Considerando o critério de Sassenfeld
i) (1,0) Verifique que para qualquer valor de a não existe garantia de convergência do método de Gauss-Seidel.
ii) (1,0) Determine para quais valores de a existe garantia de convergência após permutarmos a segunda e a terceira equações.
b) (1,0) Escolha o menor número inteiro, positivo para a e faça três iterações de Gauss-Jacobi (para o sistema modificado) usando o chute inicial

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$