Primeira Prova de Cálculo Numérico – 1^o Semestre/2010 – UFRJ

Q - 1). Considere uma *máquina* que usa a representação normalizada de ponto flutuante na base $\beta = 10$, com precisão de três dígitos na mantissa ($p = 3$) e expoente no intervalo $[-6; 6]$.
a) (0.5 p.) Dados os números $a = 2,361245$, $b = 0.006338$ e $c = 0.0076232$. Indique suas representações de ponto flutuante nessa máquina, usando arredondamento.
b) (1 p.) Usando a aritmética de ponto flutuante, correspondente a essa máquina, determine: $(a + b) + c$, e $a + (b + c)$.
c) (0.5 p.) O que podemos concluir sobre a associatividade da adição de números em aritmética de ponto flutuante?

Q - 2). Seja $f(x) = x^3 + 2x + 2$.
a) (1.0 p.) Verifique que a equação $f(x) = 0$ tem uma única raiz ξ localizada no intervalo $[-1, 0]$, sem calcular esta raiz.
b) (1.0 p.) Ache uma aproximação da raiz ξ, fazendo 3 iterações pelo método da bissecção.
c) (1.0 p.) Na tabela mostramos aproximações dos métodos de Newton-Raphson e ponto fixo (com $x_0 = 0.5$) para o zero $\xi = \frac{1}{3}$ da função $f(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{27}x - \frac{1}{27}$. Explique porque neste exemplo o método de Newton-Raphson converge mais devagar.

Iteração	M. Newton-Raphson	M. ponto fixo
$x_0 =$	0.500000	0.500000
$x_1 =$	0.446428	0.250000
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$x_{14} =$	0.333938	0.333343
$x_{15} =$	0.333736	0.333328

Q - 3). (2.0 p.) Na 1^a etapa de eliminação de Gauss dum sistema linear, temos

$$[A^{(1)}|b^{(1)}] = \begin{bmatrix} 2.0 & 1.0 & 2.0 & 2.5 & | \, 1.0 \\ 0 & 1.0 & 1.5 & 5.0 & | \, 2.0 \\ 0 & 2.5 & 2.0 & 5.0 & | \, 3.0 \\ 0 & 5.0 & 2.0 & 2.0 & | \, 3.0 \end{bmatrix}.$$

Faça mais uma etapa de eliminação de Gauss com pivoteamento parcial.

Q - 4). Considere o sistema linear

$$\begin{cases} ax_1 + 1x_2 + 3x_3 = 1 \\ 1x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 2 \\ 1x_1 + 1x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

a) (1.5 p.) Usando o critério de Sassenfeld, verifique quais os valores positivos de a para os quais existe garantia de convergência do método de Gauss-Seidel.
b) (1.5 p.) Escolha o menor número inteiro, positivo para a e faça duas iterações de Gauss-Seidel.