

CÁLCULO NUMÉRICO - Lista No. 7
Solução Numérica de EDOs

Prof. Daniel G. Alfaro Vigo

1. O PVI: $y' = -20y$; $y(0) = 1$ tem uma única solução $y(x) = \exp(-20x)$.
 - (a) Verifique a afirmação acima.
 - (b) Verifique que qualquer método Runge-Kutta de 2a. ordem, quando aplicado a este problema nos fornece $y_{n+1} = (1 - 20h + 200h^2)^{n+1}$ $n = 0, 1, 2, \dots$
2. Dado o PVI: $y' = 4 - 2x$, $y(0) = 2$. Considere $h = 0.25$ e $h = 0.1$.
 - (a) Encontre uma aproximação para $y(5)$ usando o método de Euler aperfeiçoado para cada h .
 - (b) Verifique que a solução exata é $y(x) = -x^2 + 4x + 2$.
 - (c) Compare seus resultados com a solução exata. Justifique.
3. Dado o PVI: $y' = -x/y$, $y(0) = 20$, deseja-se encontrar uma aproximação para $y(16)$. Resolva por:
 - (a) Runge-Kutta de 2a. ordem, $h = 2$.
 - (b) Runge-Kutta de 4a. ordem, $h = 4$
4. Calcule $y(1)$ para $y' = y - x$, $y(0) = 2$, utilizando os métodos de Euler e Runge-Kutta de 4a. ordem com $h = 0.2$. Compare seus resultados com os valores exatos de $y(x)$ nos pontos x_i , sabendo que $y(x) = \exp(x) + x + 1$.
5. Considere o PVI: $y' = yx^2 - y^2$, $y(0) = 1$.
Encontre $y(2)$ aproximadamente com $h = 0.5$, $h = 0.25$,
 - (a) usando o método de passo múltiplo explícito de 4a. ordem (Adams-Bashforth de 4a. ordem), fazendo a iniciação com o método de Euler aperfeiçoado,
 - (b) Qual é a principal desvantagem para usar o método de passo múltiplo implícito de 4a. ordem (Adams-Moulton de 4a. ordem)? Como pode se resolver essa dificuldade?
6. Resolva pelo Método das Diferenças Finitas, os seguintes problemas de valor de contorno com $h = 0.2$.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & y'' = -2y' - y + x, & y(0) = 0, \quad y(1) = 0 \\ \text{(b)} & y'' = 3xy' - y + x, & y(0) = 0, \quad y'(1) = 0 \end{array}$$