

CÁLCULO NUMÉRICO - Lista No. 6

Integração Numérica

Prof. Daniel G. Alfaro Vigo

1. Calcule as integrais a seguir pela regra dos trapézios e 1/3 de Simpson, usando quatro e seis divisões de $[a, b]$. Obtenha um limitante superior para o erro cometido e compare com o valor exato, quando possível.

(a) $\int_1^2 \exp(x)dx$ (b) $\int_1^4 \sqrt{x}dx$ (c) $\int_2^{14} \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

2. Qual o erro máximo cometido na aproximação de $\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1)dx$ pela regra de Simpson com quatro subintervalos?

3. Determinar h para que se possa avaliar $\int_0^{\pi/2} \cos(x)dx$ com erro inferior a $\epsilon = 10^{-3}$ pela regra de Simpson.

4. Dada a tabela:

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x)$	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965	3.7183

e sabendo que a regra 1/3 de Simpson é, em geral, mais precisa que a dos trapézios, qual seria o modo mais adequado de calcular $I = \int_0^1 f(x)dx$, usando a tabela acima? Aplique este processo e determine esta integral.

5. Calcule, pela regra dos trapézios e de Simpson, cada uma das integrais abaixo, com erro menor do que ϵ dado:

(a) $\int_0^\pi \exp(\sin(x))dx$, $\epsilon = 2 \times 10^{-2}$; (b) $\int_1^{\pi/2} \sqrt{\sin(x)}dx$, $\epsilon = 10^{-4}$

6. Usando a regra de Simpson, calcule o valor de $\int_1^2 \frac{1}{x}dx$ com precisão de 4 casas decimais. Compare o resultado com o valor de $\ln(2)$.

7. Considere a integral $I = \int_1^2 e^{-x^2} dx$

(a) Estime I pela regra de Simpson usando $h = 0.25$,

(b) Estime I por quadratura Gaussiana com 2 pontos,

(c) Sabendo que o valor exato de I , usando 5 casas decimais, é 0.74682, pede-se:

(c.1) Compare as estimativas obtidas em (a) e (b),

(c.2) Quantos pontos seriam necessários para que a regra dos trapézios obtivesse a mesma precisão para a estimativa obtida para I em (b)?

8. Calcule π da relação $\pi/4 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$, com erro inferior a 10^{-3} pela regra de Simpson.